Sperimentazione su equazioni differenziali: Problema del paracadutista Corso di LSMC, a.a. 2019-2020

Cristian Sopio
559597

28 gennaio 2022

1 Descrizione del problema

Consideriamo il problema di un paracadutista che si lancia da $1000m$, con il paracadute aperto, soggetto quindi a

$$\begin{cases} z'' = -g - kz' \\ z(0) = 1000 \\ z'(0) \end{cases}$$

con $k = 2.5$. A questo punto introduciamo una componente ventosa determinata da

$$F_v(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^+ y^2}}(-y, x, 0)^T \text{ con } F(0) = 0$$

2 Descrizione della sperimentazione

La sperimentazione consiste nel linearizzare l'equazione e risolvere con i dati iniziali

$$x = 10\, y = 0\, z = 1000$$

con velocità iniziale nulla. Infine plotteremo la traiettoria del paracadutista e della norma del vettore velocità in funzione del tempo.
Avendo aggiunto la componente di vento il problema diventa, omettendo i dati iniziali,

$$\begin{cases} z'' = -g - kz' \\ y'' = \frac{x}{\sqrt{x^+ y^2}} \\ x'' = \frac{-y}{\sqrt{x^+ y^2}} \end{cases}$$

e $k = 2.5$.
Introducendo le variabili v_x, v_y, v_z che rappresentano le derivate prime rispettivamente di x, y, z, abbiamo il sistema linearizzato

$$\begin{cases} x' = v_x \\ y' = v_y \\ z' = v_z \\ v_z' = -g - kv_z \\ v_y' = \frac{x}{\sqrt{x+y^2}} - kv_y \\ v_x' = \frac{-y}{\sqrt{x+y^2}} - kv_x \end{cases}$$

dove abbiamo aggiunto una forza di attrito anche alle componenti x e y.
Risolviamo allora un sistema differenziale con la funzione `ode45` di Matlab e esenguendo i plot con lo `Script1`

3 Script e function

Si riportano di seguito le function utilizzate nella sperimentazione.

Script 1

```
%formo il sistema differenziale y=(x,y,z,v_x,v_y,v_z) dove
%x,y,z rappresentano le coordinate del paracadutista in R^3,
%v_x, v_y, v_z sono le rispettive velocità
funP= @(t,y) [...
y(4);y(5);y(6);...
-y(2)/(sqrt(y(1)^2+y(2)^2))-2.5*y(4);...
y(1)/(sqrt(y(1)^2+y(2)^2))-2.5*y(5);...
-9.8-2.5*y(6)];

%Creo i dati iniziali
y0=[10,0,1000,0,0,0];

%risolvo l'equazione differenziale
[t,y]=ode45(funP, [0 250], y0);

%costruisco il grafico della traiettoria
plot3(y(:,1),y(:,2),y(:,3));
figure;

%Creo il vettore della norma della velocità
normvel_2=y(:,4).^2 + y(:,5).^2 +y(:,6).^2;
normvel=sqrt(normvel_2);
```

```
%Disegno il grafico della norma della velocità nel tempo
plot(normvel);
```

4 Immagini e Commenti

Di seguito riportiamo i grafici relativi alla traiettoria e alla norma della velocità. Deduciamo che nei primi secondi di volo, la norma della velocità aumenta fino a stabilizzarsi intorno ai $4ms^{-2}$ e il paracadutista percorre un orbita elicoidale.

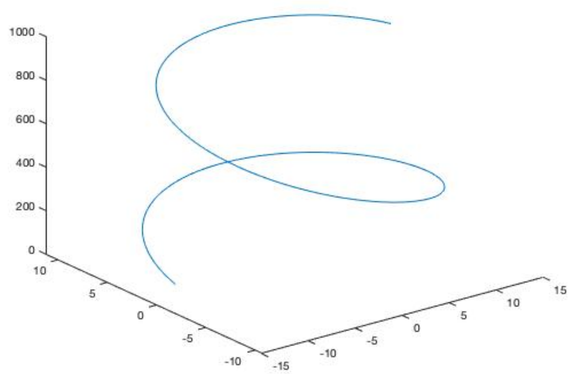

Figura 4.1: Traiettoria del paracadutista.

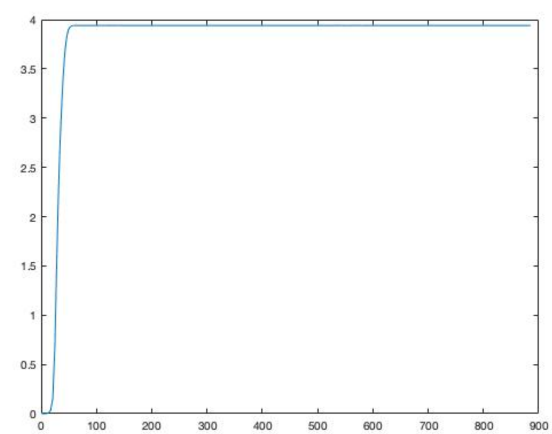

Figura 4.2: Grafico della norma della velocità.