PLI ZAINO BINARIO

mercoledì 4 settembre 2024 12:22

5) Si applichi alla seguente istanza del problema dello zaino

$$
\begin{array}{lrrrrrcl}
\max & 8x_1 & +5x_2 & +5x_3 & +3x_4 & +x_5 & & \\
 & 4x_1 & +3x_2 & +4x_3 & +3x_4 & +2x_5 & \leq & 13 \\
 & x_1, & x_2, & x_3, & x_4, & x_5 & \in & \{0,1\}
\end{array}
$$

l'algoritmo Branch&Bound che utilizza il rilassamento continuo per determinare la valutazione superiore, l'euristica Greedy CUD per determinare la valutazione inferiore, esegue il branching sulla variabile frazionaria, visita l'albero di enumerazione in modo breadth-first e, tra i figli di uno stesso nodo, visita per primo quello in cui la variabile frazionaria è fissata a 1. Per ogni nodo dell'albero si riportino le soluzioni ottenute dal rilassamento e dall'euristica (se vengono eseguiti) con le corrispondenti valutazioni superiore ed inferiore. Si indichi poi se viene effettuato il branching, e come, o se il nodo viene chiuso e perché.

Risoluzione

x^* sol ottenuta dal rilassamento

$\bar{x}$ sol ottenuta dall' euristica

$\bar{z}$ valutazione superiore ottenuta ad ogni nodo $\bar{z} = c^T x^*$

$\underline{z}$ valutazione inferiore ottenuta ad ogni nodo $\underline{z} = c^T \bar{x}$

z la migliore delle val. inferiori determinate

Ordine CUD $\frac{c_i}{a_i}$ (decrescente)

se $\frac{c_1}{a_1} < \frac{c_2}{a_2}$ allora guardo 2 prima di 1

$\boxed{\text{INIZIALIZZAZIONE}}$

$Q = \{(P)\}$ (P) nodo radice

$z = -\infty$

$\boxed{\text{(P) nodo radice}}$

- Per determinare x^* se $a_k \leq b - \sum_{i \in S} a_i \Rightarrow x_k = 1$

  altrimenti $x_k = \frac{b - \sum_{i \in S} a_i}{a_k}$ e i successivi sono 0

$\bar{z} = c^T x^*$

- Per determinare $\bar{x}$ se $a_k \leq b - \sum_{i \in S} a_i \Rightarrow x_k = 1$

  altrimenti $x_k = 0$

$\underline{z} = c^T \bar{x}$

- confrontro tra z e $\underline{z}$

Se $\underline{z} > z \Rightarrow z = \underline{z}$ (aggiorno z)

altrimenti z non cambia

- confronto tra $\bar{z}$ e $\underline{z}$

Se $\bar{z} > \underline{z}$ $\Rightarrow$ branch sulla variabile x_j che si annulla o è frazionaria
se $x^* = (1,1,\frac{3}{4},0,0)$ $\Rightarrow$ branch su x_3

$Q = \{(P_1), (P_2)\}$

se $\bar{z} = \underline{z}$ il nodo viene chiuso per ottimalità

- confrontro tra $\bar{z}$ e z

se arrotondo per difetto $\bar{z}$ $(\bar{z} = 19 + \frac{3}{4} \rightsquigarrow \bar{z} = 19)$ e $\bar{z} = z$ $\Rightarrow$ il nodo è chiuso dalla val superiore

se $\bar{z} \leq z$ pruning by bound $\Rightarrow$ il nodo è chiuso dalla val superiore

Nota:
- Se la soluzione ottima x* del rilassamento continuo è intera allora il nodo viene chiuso per ottimalità
- Se il rilassamento continuo del problema corrispondente non ha soluzioni ammissibili: la capacità residua dello zaino presenta qualche problema. Il nodo viene pertanto chiuso per inammissibilità
- Ogni volta che faccio branch aggiungo due nodi a Q
- Si aggiungono nodi a Q solo se faccio branch

$\boxed{(P_1)\ x_j = 1}$

$$x^* = (\,- - -,\ \underset{\downarrow}{\overset{\text{nella pos } j.}{}}1,\ - - -\,)$$ quindi devo mettere a_j nella $\sum_{i \in S} a_i$
idem per $\bar{x}$

ripeto confronto tra $\underline{z}$ e z
ripeto confronto tra $\underline{z}$ e z

$\boxed{(P_2)\ x_j = 0}$

$$x^* = (\,- - -,\ \underset{\downarrow}{\overset{\text{nella pos } j.}{}}0,\ - - -\,)$$ quindi non devo mettere a_j nella $\sum_{i \in S} a_i$
idem per $\bar{x}$

ripeto confronto tra $\underline{z}$ e z
ripeto confronto tra $\underline{z}$ e z

Regole di pruning
1) Pruning by optimality $\underline{z} = \bar{z} = z$ in Q non aggiungo nodi
2) Pruning by bound $\bar{z} < \underline{z}$ in Q non aggiungo nodi
3) Pruning by infeasibility $F_i = \phi$

Per verificare che una sol ammissibile $\bar{x}$ è ottima devo individuare
- $\underline{z} \leq z(P)$
- $\bar{z} \geq z(P)$
- e mostrare che $\underline{z} = z(P) = \bar{z}$