

FLUSSO MAX

venerdì 23 agosto 2024 14:22

0) Si individui un flusso massimo dal nodo i (dato) al nodo j (dato) sulla rete in figura utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp a partire dal flusso riportato, di valore v dato. Nella visita degli archi di una stella uscente si utilizzi l'ordinamento crescente dei rispettivi nodi testa (ad esempio, $(1,2)$ è visitato prima di $(1,3)$).

Per ogni iterazione si specifichi

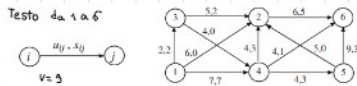
- l'albero della visita
- il cammino aumentante individuato con la relativa capacità
- il flusso ottenuto con il relativo valore.
- Al termine si indichi il taglio (N_s, N_t) (di capacità minima) restituito dall'algoritmo specificando l'insieme dei nodi N_s , l'insieme dei nodi N_t e la sua capacità.

- 1) Si discuta infine come cambierebbero il flusso massimo e il taglio di capacità minima individuati dall'algoritmo se l'arco (l, s) avesse capacità u_{ls} diversa
- 2) È possibile aumentare il valore del flusso massimo aumentando la capacità di un solo arco?
- 3) Si consideri infine il caso in cui la capacità dell'arco (i, j) sia un parametro α positivo, e si discuta quale sia il minimo valore di α per cui il valore del flusso massimo precedentemente individuato rimanga invariato.
- 4) Come cambierebbe il valore del flusso massimo nel caso in cui l'arco (i, j) dovesse essere rimosso dalla rete per via di un guasto, e non potesse quindi essere utilizzato per l'invio di flusso?
- 5) Come cambierebbe il valore del flusso massimo se, oltre al nodo i , anche il nodo j fosse destinazione di flusso?

05-06-2024

SOL 0

Per ogni iterazione viene riportato l'albero della visita, in cui viene evidenziato il cammino aumentante P individuato. Viene inoltre indicato il flusso ottenuto in seguito all'invio di flusso lungo P , trascurando per semplicità gli archi a flusso nullo.



It 1

1) Disegno G_x

- se $x_{ij} = 0$ rimane nella dir. del testo
- se $u_{ij} = x_{ij}$ cambia verso
- se $x_{ij} = u_{ij}$ entrambe le frecce



2) Albero delle visite

- si fa guardando G_x seguendo gli archi diretti

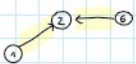


$$\theta(P, x) = \min \{ \min \{ u_{ij} - x_{ij} \mid (i,j) \in P^+ \}, \min \{ x_{ij} \mid (i,j) \in P^- \} \}$$

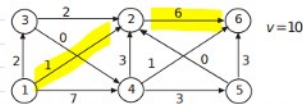
$$\theta = \{ 6-0, 6-5 \} = 1$$

3) Disegno di flusso

d_x albero della visita più cammino aumentante



s_x flusso in seguito all'invio di flusso lungo P



$$V = V + \theta$$

It 2)

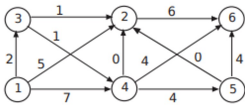
1) Disegno G_x guardando l'ultimo flusso con gli u_{ij} iniziali

2) Albero visite

3) Flusso

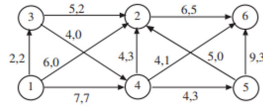
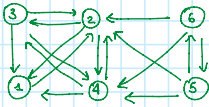
It finale

Un flusso ammissibile x è massimo se e solo se non esistono cammini aumentanti da s a t

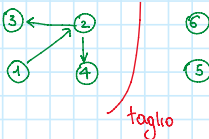


flusso penultima iterazione

1) G_x



2) Albero visite



$N_s = \{\text{insieme dei nodi raggiungibili da } s\}$
 $N_t = \{\text{insieme dei nodi raggiungibili da } t\}$

$$u(N_s, N_t) = \sum_{(i,j) \in A^+(N_s, N_t)} u_{ij}$$

(N_s, N_t) è un taglio di cap. min essendo $u(N_s, N_t) = v_{\text{finale}}$

SOL 1

- Vedo cosa succede al taglio cambiando u_{ij}
- Se $u_{ij} \in A^-(N_s, N_t)$ cioè è arco inverso pur appartenendo al taglio la sol ottima resta la stessa in quanto u_{ij} non contribuisce a $u(N_s, N_t)$
- Se ottengo un nuovo taglio diverso dal precedente (c. $u(N'_s, N'_t) = v \Rightarrow$ ho un nuovo taglio di cap. minima)

SOL 3

Ricalcolo $u(N_s, N_t)$ e vedo per quali u resta uguale a v

SOL 4

Se l'arco è rimosso allora il valore del flusso massimo potrebbe diminuire.
 Se l'arco è un arco diretto del taglio di capacità minima nel caso di rete integra, rimuovendolo, tale taglio continua a essere di capacità minima anche per la rete ridotta. Per il Teorema Flusso Massimo-Taglio di Capacità Minima, segue che la capacità di tale taglio nella rete ridotta, coincide con il valore di flusso massimo in assenza dell'arco.

SOL 5

Se, oltre al nodo i , anche il nodo j fosse destinazione di flusso e $(N_s = \{\dots\}, N_t = \{j, i\})$, il valore del flusso massimo resterebbe invariato, a causa della presenza del taglio $(N_s = \{\dots\}, N_t = \{j, i\})$, precedentemente individuato

SOL 2

Se individuo un altro taglio di capacità minima e i due tagli non hanno archi in comune, non è possibile aumentare il valore del flusso massimo, che coincide con la capacità minima dei tagli che separano s da t , aumentando la capacità di un solo arco