FLUSSO DI COSTO MINIMO

venerdì 23 agosto 2024 14:22

TIPO 1

0) Si risolva il problema di flusso di costo minimo per l'istanza in figura utilizzando l'algoritmo di cancellazione dei cicli a partire dal flusso indicato, di costo $c^T x$ dato.
Per ogni iterazione si mostri

- il ciclo individuato con il suo verso,
- costo
- capacità
- la soluzione ottenuta dopo l'applicazione dell'operazione di composizione, con il suo costo.

1) Al termine si dimostri che la soluzione ottenuta è ottima.
2) Il flusso di costo minimo determinato è l'unica soluzione ottima del problema?

TIPO 2

Si consideri il problema di flusso di costo minimo in figura. Si verifichi se il flusso ammissibile riportato sia di costo minimo e, nel caso non lo sia, si determini un flusso ammissibile di costo minore, utilizzando un opportuno ciclo aumentante (Suggerimento: si considerino cicli aumentanti formati da tre nodi). Qualora neppure il flusso determinato sia di costo minimo, si modifichi il costo di alcuni archi del grafo in maniera tale che lo diventi.

20-09-2023	03-02-2020	30-01-2018	04-02-2019
22-07-2021	19-09-2019	21-09-2022	17-07-2018
	03-07-2019	13-09-2016	27-06-2017
			30-06-2015

TIPO 1

SOL 0

It 1

individuare un ciclo C di costo negativo

costo del ciclo $c(C)$ (metto - se l'arco cambia verso)

$\theta(C,x) = \min\{(u_{ij} - x_{ij})\ t.c.\ (i,j) \in C^+,\ x_{ij}\ t.c.\ (i,j) \in C^-\}$

$cx = cx^{precedente} + \theta c(C)$

Disegnare il flusso aggiornando x_{ij} e tratteggiando i cicli

It 2

Come It. 1

It finale

Disegnare G_x relativo all'ultima iterazione (mi fermo quando non ci sono più cicli di costo neg)

Disegnare T_r (albero dei cammini min) tramite alg di Bellmann SPT

SOL ottima

L' albero T è ottimo se e solo se le etichette associate ai nodi soddisfano le condizioni di Bellman.

$d(i) + C_{ij} \geq d(j) \quad \forall (i,j) \in A \setminus T$

L'esistenza di un albero dei cammini minimi dimostra che non esistono cicli orientati di costo negativo nel grafo residuo, ovvero non esistono cicli aumentanti di costo negativo rispetto all'ultimo flusso determinato x, che è quindi un flusso di costo minimo.

SOL UNICA

Il flusso di costo minimo determinato è l'unica soluzione ottima del problema in quanto nessun arco al di fuori dell'albero dei cammini minimi (con l'eccezione degli archi opposti a quelli dell'albero, se esistono), rispetta all'uguaglianza le condizioni di Bellman. Ovvero, i cicli aumentanti rispetto a tale flusso hanno tutti costo positivo.

$d(i) + C_{ij} = d(j) \quad \forall (i,j) \in A \setminus T$

TIPO 2

Se nel grafo residuo relativo al flusso sono presenti cicli orientati negativi allora tale flusso non è una soluzione ottima per l'istanza data.

Obiettivo: modificare i costi degli archi dei cicli di costo negativo affinché il costo dei cicli risulti 0 così da poterli eliminare