EQUAZIONI CARDINALI

giovedì 23 maggio 2024 18:25

$$\begin{cases} m\, a_B = R^{E} \\ \dot{M}_P = N_P^{(e)} - m v_P \times v_B \end{cases}$$

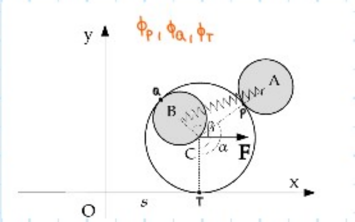
$$M_P = m\,(B-P) \times v_B + I_B\, \omega$$

$$M_P = m\,(B-P) \times v_P + I_P\, \omega$$

$$M_Q = M_P + (P-Q) \times m v_B$$

$$N_P = \sum_i (P_i - P) \times \phi_i$$

ES n° 1



$A(M, 2r)$

$D_1\,(m, r)$ bar. A

$D_2\,(m, r)$ bar B

1) calcolare ω^A, ω^{D_1}, ω^{D_2}

$$\omega^A = -\frac{\dot{s}}{2r}\, \hat{e}_3$$

$$\omega^{D_1} \longrightarrow \boxed{\begin{array}{l} v_P^{(A)} = v_C^{(A)} + \omega^{(A)} \times (P-C) \\ v_P^{(A)} = v_P^{(D_1)} \\ v_P^{D_1} = v_A^{D_1} + \omega^{D_1} \times (P-A) \end{array}}$$

$$\omega^{D_2} \longrightarrow \boxed{\begin{array}{l} v_Q^{(A)} = v_C^{(A)} + \omega^{(A)} \times (Q-C) \\ v_Q^{(A)} = v_Q^{(D_2)} \\ v_Q^{D_2} = v_B^{D_2} + \omega^{D_2} \times (Q-B) \end{array}}$$

Calcola le eq. del moto

Ho α, β, s come coord che descrivono il problema
$\Rightarrow$ Ho bisogno di 3 eq. cardinali

Meglio se riesco a trovarle pure!

Dischi $\rightsquigarrow$ II eq. cardinale

1) II eq. card per D_1 in P (così annullo ϕ_P)

2) II eq. card per D_2 in Q (così annullo ϕ_Q)

3) Non voglio ϕ_T $\longrightarrow$ **No** I eq. card

II eq. card $\rightarrow$ TOT in T $\rightarrow$ **SI**

$\rightarrow$ Anello in T $\rightsquigarrow$ ho ϕ_P e ϕ_Q **No**

Quindi $\dot{M}_T^{TOT} = \dot{M}_T^{D_1} + \dot{M}_T^{D_2} + \dot{M}_T^{A} = N_T^{TOT} - v_T \times (m v_A + m v_B + M v_C)$

$N_T^{TOT} = (C-T) \times F\hat{e}_1 + \cancel{(T-T) \times \phi_T}$

f elastica, ϕ_P, ϕ_Q sono interne

Inoltre $M_T^{D_1} = M_P^{D_1} + (P-T) \times m v_A$ idem per $M_T^{D_2}$

es n°2

i) Calcolare le velocità angolari dell'asta e del disco.

ii) Trovare le reazioni vincolari in A e B in funzione delle coordinate s e θ, e delle loro derivate prime e seconde.

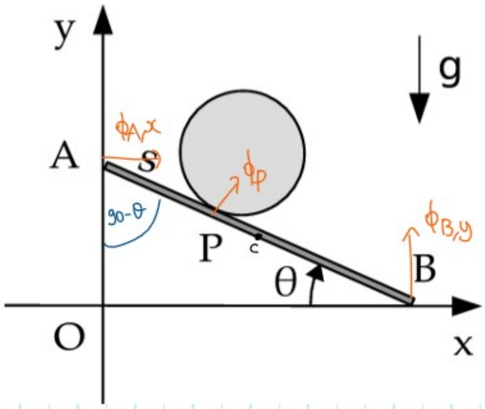
iii) Scrivere le equazioni del moto del sistema tramite le equazioni cardinali.

asta (M, ℓ)

$\phi_A = \phi_{A,x}\hat{e_1}$

$\phi_B = \phi_{B,y}\hat{e_2}$

disco (m, r)



1) $\omega^a = -\dot{\theta}\,\hat{e_3}$

$\omega^D = \omega' + \omega'' = \left(-\dot{\theta} - \frac{\dot{s}}{r}\right)\hat{e_3}$

2) I eq. cardinale per TOT e proietto

perchè ho 2 vincoli $\phi_{A,x}$ e $\phi_{B,y}$ $\Rightarrow$ 2 eq. card.

$m a_D + M a_c = R^{(E)} = \phi_{A,x}\hat{e_1} + \phi_{B,y}\hat{e_2} - (M+m) g\,\hat{e_2}$

$$\begin{cases} \phi_{A,x} = \text{roba} \\ \phi_{B,y} = \text{roba} \end{cases}$$

3) s e θ desc. il mio sistema ho bis di 2 eq.

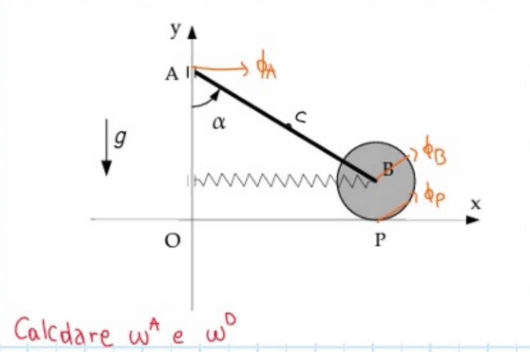
DISCO $\rightarrow$ II per disco in P (ϕ_P si annulla)

ASTA $\rightarrow$ II per asta in P ($\phi_P = 0$)

e $N = (B-P) \times \phi_{B,y}\hat{e_2} + (A-P) \times \phi_{A,x}\hat{e_1} + (C-P) \times (-Mg\,\hat{e_2})$

ϕ_A e ϕ_B metto quelle trovate sopra.

es n°3



Asta (m, ℓ)

$D(M, R)$

$\phi_A = \phi_{A,x}\,\hat{e_1}$

3 vincoli $\Rightarrow$ 3 eq

Calcolare ω^A e ω^D

$\omega^A = \dot{\alpha}\,\hat{e_3}$ $\qquad \omega^D \longrightarrow \underbrace{v_P}_{=0} = v_B + \omega^D \times (P-B)$

Calcolare ϕ_A e ϕ_P

me ne

Ho 3 vincoli $\Rightarrow$ 3 reaz. vinc.

I eq. cardinale $\quad m\,a_C + M\,a_B = R^E = \phi_{A,x}\,\hat{e_1} + \phi_{P,x}\,\hat{e_1} + \phi_{P,y}\,\hat{e_2} - (M+m)g - \frac{1}{2}K\left((B-O)\cdot\hat{e_1}\right) \longrightarrow$ da 2

proietto su $\hat{e_1}$, su $\hat{e_2}$

II eq cardinale per disco in B $\quad \dot{M}_B = N_B - m\cancel{v_B} \times v_B \qquad N_B = \underbrace{(P-B)}_{=R\hat{e_2}} \times \left(\phi_{P,x}\,\hat{e_1} + \phi_{P,y}\,\hat{e_2}\right) = -R\,\phi_{P,x}\,\hat{e_3}$

$\downarrow$ 1

$$\begin{cases} \phi_{A,x} = -\phi_{P,x} + \_\_ \\ \phi_{P,y} = \_\_ \\ \phi_{P,x} = \_\_ \end{cases}$$

3) eq. del moto

1 coordin. $\alpha \Rightarrow$ 1 eq. card. (una nuova rispetto a quelle prima)

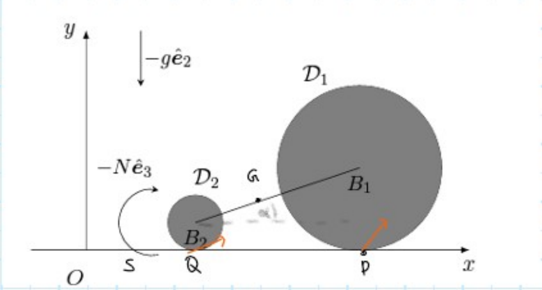
II per asta in B $\Rightarrow \quad \dot{M}_B^{\,asta} = N_B - v_B \times m v_C$

$N_B = (A-B) \times \phi_{A,x} + (C-B) \times (-mg\,\hat{e_2})$

$\downarrow$

uso ϕ_A trov. sopra

es n° 4



$D_1(M, R)$

$D_2(m, r)$

asta $(0, \ell)$ $\qquad \ell > R+r$

α lo aggiungo ω è cost $\sin\alpha = \frac{R-r}{\ell}$

1) Trovare la legge oraria del moto del bar. del sistema

Chiamo B il bar. del sistema (la posiz. di G dipende solo da S)

$$x_B = \frac{m x_{B1} + M x_{B2}}{m+M} \qquad y_B = \frac{m y_{B1} - M y_{B2}}{m+M} \Rightarrow B-O = x_B \hat{e}_1 + y_B \hat{e}_2$$

I eq card per sist. $(m+M+0)\underset{\ddot{s}\hat{e}_1}{\underset{\shortparallel}{a_B}} = R^{(E)} = -(m+M+0)g\,\hat{e}_2 + \phi_P + \phi_Q$ (4 incognite)

$$\text{Proietto } \begin{cases} \hat{e}_1 & (M+m)\ddot{s} = \phi_{P,x} + \phi_{Q,x} \\ \hat{e}_2 & 0 = \phi_{P,y} + \phi_{Q,y} - (m+M)g \end{cases}$$

Voglio trovare ϕ_P e ϕ_Q

Uso II per Disco D1 in B_1 $\quad \dot{M}_{B1} = N_{B1}$

$$N_{B1} = (\underset{-R\hat{e}_2}{\underset{\shortparallel}{P - B_1}}) \times (\phi_{P,x}\hat{e}_1 + \phi_{P,y}\hat{e}_2) = +R\phi_{P,x}\,\hat{e}_3$$

Voglio trov. ϕ_Q

II per disco D2 in Q

$$\dot{M}_{B2} = N_{B2} \qquad N_{B2} = (\underset{-r\hat{e}_2}{\underset{\shortparallel}{Q - B_2}}) \times (\phi_{Q,x}\hat{e}_1 + \phi_{Q,y}\hat{e}_2) = r\phi_{Q,x}\hat{e}_3$$

$$\begin{cases} \phi_{P,x} + \phi_{Q,x} = \_\_ \\ \phi_{P,x} = \_\_ \\ \phi_{Q,x} = \_\_ \end{cases}$$

trovo un'eq in $\ddot{s}$

integro 2 volte per trovare $s(t)$

ricorda $\dot{s}_0$ e s_0.

2) Calcolare il val. di N per cui $\phi_{P,y}$ si annulla

Mi serve una rel. che lega N e $\phi_{P,y}$ → NO la I perchè N nella prima non c'è

N ∈ D2 $\quad \phi_{P,y} \in D_2$ → No eq. per singoli corpi

Quindi II eq. card per s. in totale

Posso scegliere polo P o Q → NON P perchè altrimenti ϕ_P si annulla

Quindi $\quad \dot{M}_Q^{TOT} = \dot{M}_Q^{D_1} + \dot{M}_Q^{D_2} + \underset{0}{\underset{\shortparallel}{\dot{M}_Q^{Asta}}} = N_Q^{TOT} - v_Q \times (\cancel{m v_{B2}} + M v_{B1})$

$$N_Q^{TOT} = (B_2 - Q) \times \cancel{(-mg\hat{e}_2)} + (B_1 - Q) \times (-mg\hat{e}_2) + (P-Q) \times (\phi_{P,x}\hat{e}_1 + \phi_{P,y}\hat{e}_2) - N\hat{e}_3$$

Proietto lungo $\hat{e}_3$ e sost. $\ddot{s}$