

Potete inviare le soluzioni degli esercizi all'email tutorato.dm.unipi@gmail.com o mandarci un messaggio alla pagina Facebook Tutorato alla Pari - Unipi - Matematica. Ricordatevi di indicare il numero del vostro gruppo.

Buon lavoro!

Lezione 2

1. Trovare tutte le soluzioni della congruenza

$$18x \equiv 1 \pmod{25}$$

Quante sono le soluzioni x con $-10 \leq x \leq 300$?

2. (a) Siano W_1, W_2 due sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V . Si provi che, se $W_1 \cup W_2$ è un sottospazio vettoriale di V , allora $W_1 \subseteq W_2$ o $W_2 \subseteq W_1$.
(b) Sia V uno spazio vettoriale e siano W_i sottospazi vettoriali di V per ogni $i \in I$, tali che per ogni $i, j \in I$ esiste $h \in I$ per cui $W_i \cup W_j \subset W_h$.
Dimostrare che $\bigcup_{i \in I} W_i$ è un sottospazio vettoriale di V .
3. Contare le terne di numeri (distinti) compresi tra 1 e 100 tali che:
 - (a) la loro somma sia pari;
 - (b) la loro somma sia un multiplo di 3.

4. In funzione di $a \in \mathbb{Z}$, risolvere il sistema seguente:

$$\begin{cases} (6a - 1)x \equiv 1 \pmod{21} \\ x \equiv a \pmod{35} \end{cases}$$

5. (Money exchange problem) Supponiamo di avere a disposizione infinite banconote di due valute, a e b , con $MCD(a, b) = 1$. Quali cifre è possibile pagare avendo a disposizione infinite banconote di entrambi i valori?