Inizio a dare qualche soluzione, aggiornerò appena possibile.

1. La domanda poteva essere posta nel seguente modo: quante volte compare il 2 nella fattorizzazione di $n!$? Brutta domanda, vero? Mah, non così tanto... intanto osserviamo una bella cosa:

$$n! = n(n-1) \cdot (n-2) \cdot ... \cdot 2 \cdot 1$$

Domanda: quanti numeri pari ci sono qua dentro? Facile: $\frac{n}{2}$... più o meno... In realtà sono $\left[\frac{n}{2}\right] \leq \frac{n}{2}$, dove le parentesi quadre rappresentano la funzione parte intera, cioè il più piccolo naturale minore o uguale all'argomento, cioè $\frac{n}{2}$. Ogni volta che nel fattoriale compare un numero pari, nella fattorizzazione compare un 2. Dunque nella fattorizzazione di $n!$ ci sono almeno $\left[\frac{n}{2}\right]$ 2. Almeno, però! In realtà sono di più. A questo punto però dovrebbe essere abbastanza semplice, no? Da qui in poi lascio lavorare voi, casomai completo la soluzione tra qualche giorno.

2. L'enunciato che vi ho chiesto di dimostrare in realtà è falso. HIHI! Non così falso però: diciamo che è falso a meno di una puntualizzazione sulle condizioni: gli unici controesempi che potrete trovare di questo enunciato sono i numeri 2 e 3. Quindi ciò che va dimostrato è che ogni p primo è congruo a ± 1 in modulo 6 per ogni $p \geq 4$. Questo in effetti è vero, e lo si vede semplicemente provando per casi: se $p \equiv 0 \pmod 6$ allora p è divisibile per 6, se $p \equiv \pm 2 \pmod 6$ allora p è divisibile per 2, se $p \equiv 3 \pmod 6$ allora è divisibile per 3. Non restano molte possibilità.