

Gara a Squadre

Summer Math Camp 2016

August 10, 2016

Osservazione: Se il risultato di qualcuno dei seguenti problemi dovesse essere una frazione, fornire come risultato la somma fra numeratore e denominatore di tale frazione ridotta ai minimi termini.

1. Qual è la somma di tutti i numeri di due cifre che sono multipli di ognuna delle loro cifre?
2. Qual è il più piccolo cubo multiplo di 96?
3. Sia $ABCD$ un quadrilatero tale che $AB = 24$, $BC = 20$, $CD = 15$, $DA = 7$, $BD = 25$. Quanto è lungo AC ?
4. Qual è il prossimo anno la cui agenda sarà la stessa del 2013?
5. Il prodotto di alcuni numeri primi *non necessariamente distinti* è 10 volte la loro somma. Quanto vale tale prodotto?
6. Sia A un insieme di 5 elementi. In quanti modi è possibile scegliere due sottinsiemi non necessariamente distinti di S la cui unione è S ?
7. Sia ABC un triangolo equilatero colorato di bianco e O il suo centro. Siano O_A, O_B, O_C le proiezioni di O su BC, CA, AB rispettivamente. Gianni disegna e colora di rosso i triangoli equilateri che hanno OO_A, OO_B e OO_C come altezze e i lati relativi a queste altezze su BC, CA, AB rispettivamente. Quanto vale il rapporto fra l'area colorata di rosso e quella colorata di bianco?
8. Ognuno dei 64 vertici delle caselle di una scacchiera 7×7 è colorato di blu o di rosso. Quante sono le colorazioni con la proprietà che ogni casella ha esattamente due vertici rossi?
9. Sappiamo che x_1, \dots, x_n, \dots è una sequenza di numeri reali tali che $x_1 = 6561, x_2 = 1000$ e per ogni $n \geq 2$, $x_n = \frac{1+x_n}{x_{n-1}}$. Quanto vale x_{2015} ?
10. Trovare la somma dei coefficienti del polinomio $(x^9 - 2x^8 + 3x^6 + x^5 - x + 1)^3$.
11. Sia ABC un triangolo con $AB = 20, BC = 27, AC = 25$. Sia D il punto su BC tale che $\angle ACD + \angle ADC + \angle BAD = 180$. Quanto vale BD ?
12. Sia ABC un triangolo di lati $AB = 9, BC = 10, CA = 12$ e G il suo baricentro. Da G è condotta una parallela a CA che interseca AB in D . Quanto vale $BD \cdot DA$?