

SECONDO COMPITINO DI ANALISI MATEMATICA
CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA, CORSO B

18 DICEMBRE 2015

FILA A

Esercizio 1 Si considerino i numeri complessi

$$z_1 = 1 - i + \frac{i}{1 - 2i} \quad z_2 = (1 + i)(1 - i)(1 + \sqrt{3}i).$$

- (a) Calcola il modulo di z_1 e il modulo di z_2 .
- (b) Calcola il modulo di $z_1 \cdot z_2$.

Esercizio 2 Considera la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di legge

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 3x + 2}.$$

- (a) Calcola il dominio, gli zeri e il segno di f .
- (b) Discuti la continuità di f nel suo dominio.
- (c) Studia la derivabilità di f nel suo dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
- (d) Calcola estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo assoluti (se esistono) di f .
- (e) Disegna un grafico qualitativo di f (non è richiesto lo studio della concavità e convessità).

Esercizio 3 Risolvi due dei tre seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{x+2}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad \int \frac{1}{x\sqrt{5x-7}} dx \quad \int e^x \cos(2x) dx.$$

Esercizio 4 Siano $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funzioni convesse.

- (a) Dimostra che se f è crescente e f, g sono derivabili due volte allora $f \circ g$ è convessa.
- (b) Mostra esibendo un controesempio che se f non è crescente la precedente non è vera in generale.

SECONDO COMPITINO DI ANALISI MATEMATICA
CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA, CORSO B

18 DICEMBRE 2015

FILA B

Esercizio 1 Si considerino i numeri complessi

$$z_1 = 1 - i - \frac{i}{1 + 2i} \quad z_2 = (1 - i)(1 + i)(\sqrt{3} + i).$$

- (a) Calcola il modulo di z_1 e il modulo di z_2 .
- (b) Calcola il modulo di $z_1 \cdot z_2$.

Esercizio 2 Considera la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di legge

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 3x + 2}.$$

- (a) Calcola il dominio, gli zeri e il segno di f .
- (b) Discuti la continuità di f nel suo dominio.
- (c) Studia la derivabilità di f nel suo dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
- (d) Calcola estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo assoluti (se esistono) di f .
- (e) Disegna un grafico qualitativo di f (non è richiesto lo studio della concavità e convessità).

Esercizio 3 Risolvi due dei tre seguenti integrali indefiniti:

$$\int \frac{3-x}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad \int \frac{1}{x\sqrt{3x-11}} dx \quad \int e^x \sin(3x) dx.$$

Esercizio 4 Siano $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funzioni concave.

- (a) Dimostra che se f è decrescente e f, g sono derivabili due volte allora $f \circ g$ è concava.
- (b) Mostra esibendo un controesempio che se f non è decrescente la precedente non è vera in generale.