

PRIMO COMPITINO DI ANALISI MATEMATICA
CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA, CORSO B

4 NOVEMBRE 2015

FILA A

Esercizio 1 Si consideri l'insieme

$$A = \left\{ \frac{|5-n|}{n+3} \mid n \in \mathbb{N} \right\}.$$

- (a) Determinarne estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo (se esistono).
- (b) Dire, motivando la risposta, se A è infinito e/o è limitato.
- (c) A contiene punti di accumulazione?

Esercizio 2 Siano f, g e h funzioni di leggi

$$f(x) = 2^x, \quad g(x) = \sqrt{x}, \quad h(x) = \log_3(1+x).$$

- (a) Determinare il dominio di $F := f \circ g \circ h$.
- (b) Dimostrare che F è invertibile.
- (c) Calcolare la legge di F^{-1} .

Esercizio 3 Considera la funzione di legge

$$f(x) = \frac{|x| - x}{2}$$

e sia \mathcal{D} il suo dominio. Dire, motivando opportunamente la risposta:

- (a) se f è continua in \mathcal{D} ;
- (b) se f è strettamente monotona in \mathcal{D} ;
- (c) se f è invertibile;
- (d) qual è $\text{imm } f$.

Esercizio 4 Si calcoli il limite seguente:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin^2(8x)}{(1 - \cos x) \ln(1 + \tan x)}.$$

Esercizio 5 Costruire un insieme infinito, attraverso una successione a_n non monotona, che abbia 0 come estremo inferiore e 1 come estremo superiore.

PRIMO COMPITINO DI ANALISI MATEMATICA
CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA, CORSO B

4 NOVEMBRE 2015

FILA B

Esercizio 1 Si consideri l'insieme

$$A = \left\{ \frac{|5-n|}{2(n+3)} \mid n \in \mathbb{N} \right\}.$$

- (a) Determinarne estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo (se esistono).
- (b) Dire, motivando la risposta, se A è infinito e/o è limitato.
- (c) A contiene punti di accumulazione?

Esercizio 2 Siano f, g e h funzioni di leggi

$$f(x) = 3^x, \quad g(x) = \sqrt{x}, \quad h(x) = \log_2(1+x).$$

- (a) Determinare il dominio di $F := f \circ g \circ h$.
- (b) Dimostrare che F è invertibile.
- (c) Calcolare la legge di F^{-1} .

Esercizio 3 Considera la funzione di legge

$$f(x) = \frac{x - |x|}{2}$$

e sia \mathcal{D} il suo dominio. Dire, motivando opportunamente la risposta:

- (a) se f è continua in \mathcal{D} ;
- (b) se f è strettamente monotona in \mathcal{D} ;
- (c) se f è invertibile;
- (d) qual è $\text{imm } f$.

Esercizio 4 Si calcoli il limite seguente:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) \ln(1 + \sin x)}{x \tan^2(7x)}.$$

Esercizio 5 Costruire un insieme infinito, attraverso una successione a_n non monotona, che abbia -1 come estremo inferiore e 0 come estremo superiore.