

TERZO COMPITO DI ANALISI MATEMATICA
CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA, CORSO B

16 GIUGNO 2015

Esercizio 1 Determinare i numeri complessi z tali che $z^2 = -5 + 12i$.

Esercizio 2 Si determini una primitiva della funzione $f(x) = x \sin(x)$.

Esercizio 3 Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \frac{|e^x - e|}{1 + |x|}$$

1. Si dica in quali punti la funzione è derivabile e in tali punti se ne calcoli la derivata;
2. Si determini il comportamento a $\pm\infty$;
3. Si determinino estremo superiore ed inferiore ed eventuali punti di massimo e minimo e di massimo e minimo locale;
4. Si tracci un grafico approssimativo della funzione.

Esercizio 4 Si consideri il seguente sottoinsieme dei numeri reali:

$$A = \left\{ \log \left(\frac{n}{n+1} \right) \mid n \geq 1, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

1. Si dimostri che la successione $a_n = \log \left(\frac{n}{n+1} \right)$ dei suoi elementi è monotona e si specifichi se è crescente o decrescente.
2. Si calcolino estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo (se esistono), motivando adeguatamente la risposta.

Esercizio 5 Sia $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$F(x) = \int_0^{x^4} (t + t^3 e^{t^3}) dt$$

1. Si calcoli la derivata di F ;
2. Si determini il numero degli zeri di F ;
3. Si determinino estremo superiore ed inferiore di F .