

PRIMO COMPITINO DI ANALISI MATEMATICA¹
CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA, CORSO B

6 NOVEMBRE 2013

FILA A

Esercizio 1 Per ciascuna delle seguenti affermazioni, dire se è vera o falsa, motivandone la risposta.

- L'elemento $\{2\}$ è di accumulazione per $A = \{\frac{2}{n} \mid n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$.
- La funzione di legge $f(x) = x^2 + \cos x$ è pari.
- La funzione di legge $g(x) = \sqrt{\log(2-x) - \log(x+1)}$ ha come dominio l'insieme $\mathcal{D} = (-1, \frac{1}{2})$.
- L'insieme $B = \{(-1)^n - 1 \mid n \in \mathbb{N}\}$ è chiuso.
- Se $C = \{\frac{2n-1}{n} \mid n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$, allora $\sup C = 2$.

Esercizio 2

- Trovare funzioni f, g, h , con $f \neq g$, tali che $h \circ f = h \circ g$.
- Se f, g sono funzioni periodiche rispettivamente di periodi T_1 e T_2 , cosa si può dire della periodicità di $f + g$?
- Sia F la funzione di legge $F(x) = 3 + \log^2(2x - 1)$. Trovare funzioni f, g, h , specificandone il dominio, tali che $F = f \circ g \circ h$.

Esercizio 3 Considera l'insieme

$$A = \left\{ \frac{4n-3}{3n^2} \mid n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \right\}.$$

- Determina $\sup A$.
- Verifica che $\inf A = 0$.
- A ammette massimo e/o minimo?
- A contiene punti di accumulazione?

Esercizio 4 Si consideri la funzione di legge

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{\log(e^{-x} - 1)}}.$$

- Determinarne il dominio e dire se si tratta di un intervallo aperto o chiuso.
- In tale dominio la funzione è invertibile? Se sì, determinare legge, campo di esistenza e immagine della funzione inversa.

¹La durata della prova è di 2 ore. Non è possibile utilizzare appunti, libri o dispositivi elettronici.

PRIMO COMPITINO DI ANALISI MATEMATICA¹
CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA, CORSO B

6 NOVEMBRE 2013

FILA B

Esercizio 1 Per ciascuna delle seguenti affermazioni, dire se è vera o falsa, motivandone la risposta.

- a) L'elemento $\{1\}$ è di accumulazione per $A = \{\frac{1}{n+1} \mid n \in \mathbb{N}\}$.
- b) La funzione di legge $f(x) = x^3 - \sin x$ è dispari.
- c) La funzione di legge $g(x) = \sqrt{\log(4-2x) - \log(x+1)}$ ha come dominio l'insieme $\mathcal{D} = (-1, 1)$.
- d) L'insieme $B = \{(-1)^n + 1 \mid n \in \mathbb{N}\}$ è chiuso.
- e) Se $C = \{\frac{3n+1}{n} \mid n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$, allora $\inf C = 3$.

Esercizio 2 a) Trovare una funzione h tale che $f \circ h = g \circ h$ per ogni scelta di funzioni f, g .

- c) Se f, g sono funzioni periodiche rispettivamente di periodi T_1 e T_2 , cosa si può dire della periodicità di $f \cdot g$?
- c) Sia q la funzione di legge $q(x) = 3e^{\sqrt{x}} + 1$. Trovare funzioni f, g, h , specificandone il dominio, tali che $q = f \circ g \circ h$.

Esercizio 3 Considera l'insieme

$$A = \left\{ \frac{4-5n}{4n^2} \mid n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \right\}.$$

- a) Determina $\inf A$.
- b) Verifica che $\sup A = 0$.
- c) A ammette massimo e/o minimo?
- d) A contiene punti di accumulazione?

Esercizio 4 Si consideri la funzione di legge

$$f(x) = \frac{1}{\log \sqrt{e^x - 1}}.$$

- a) Determinarne il dominio e dimostrare che è unione di intervalli aperti.
- b) Scegliere uno di questi intervalli e dimostrare che la funzione è ivi invertibile. Determinare legge, campo di esistenza e immagine della funzione inversa.

¹La durata della prova è di 2 ore. Non è possibile utilizzare appunti, libri o dispositivi elettronici.