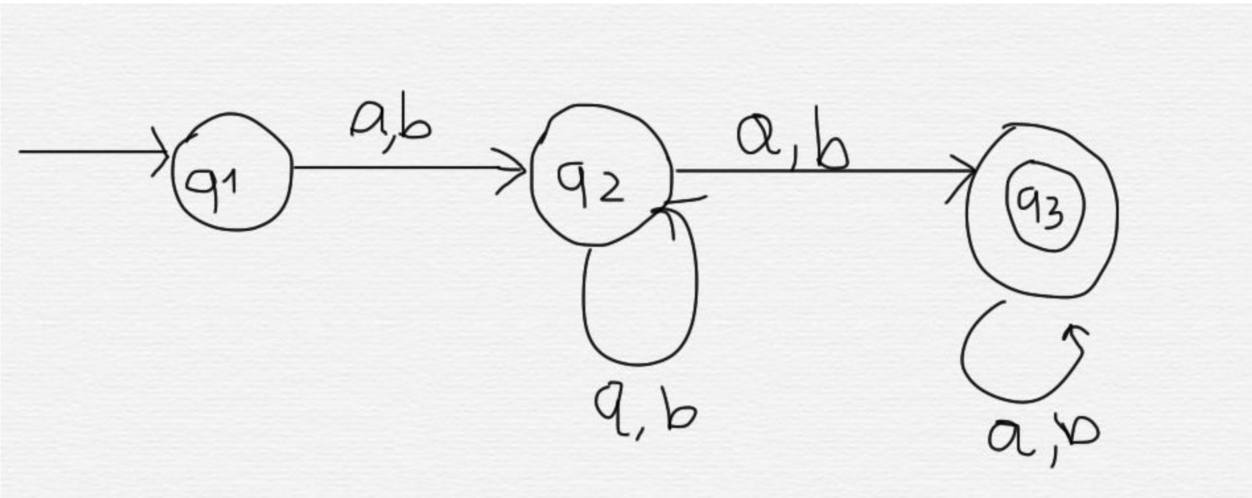
Appello giugno 2019

Esercizio 2:

Dire se i seguenti linguaggi sono regolari o liberi dal contesto, giustificando la risposta e usando, se necessario, il pumping lemma per i linguaggi regolari e il pumping lemma per i linguaggi liberi.

- $L_1 = \{0^n 1^{2n} | n \geq 1\}$
- $L_2 = \{ww | w \in \{a, b\} * \}$

L_1 : Non è un linguaggio regolare, lo possiamo vedere attraverso il pumping lemma per linguaggi regolari, infatti preso $0^n 1^{2n} = w \in L_1$, una volta diviso in tre stringhe xyz con $|xy| \leq n$ e $|y| \neq \epsilon$, sappiamo che la stringa xy è formata da soli 0, mentre $z = 1^{2n}$. Preso un qualunque k>1 la stringa $xy^k z$ non appartiene ad L_1, poiché il numero di 0 sarà maggiore della metà del numero di 1.
L_1 è un linguaggio libero dal contesto perché è accettato dalla seguente grammatica G: $S \rightarrow 1S00 \mid \epsilon$.
L_2 : È un linguaggio regolare perché è accettato dal seguente DFA:



Esercizio 4:

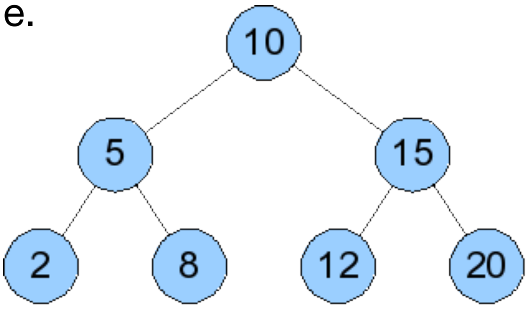
Si diano le definizione di: (a) albero binario, (b) nodo foglia, (c) nodo radice, (d) albero binario di ricerca, (e) si mostri un albero binario di ricerca avente 7 nodi.

a. Albero binario: È un albero in cui ogni nodo ha al più due figli detti rispettivamente figlio sinistro e figlio destro. Il figlio sinistro è radice di un sottoalbero binario detto sottoalbero sinistro. Analogamente il figlio destro è radice di un sottoalbero binario detto sottoalbero destro;

b. Nodo foglia: È un nodo senza figli;

c. Nodo radice: È il nodo da cui nascono tutti gli altri nodi;

d. Albero binario di ricerca: È un albero binario per il quale è definito un ordinamento sull'informazione ottenuta nelle etichette. Un albero (binario) è un albero binario di ricerca se per ogni nodo etichettato N dell'albero valgono le proprietà: 1) l'etichetta di ogni nodo nel sottoalbero sinistro di N è minore di N; 2) l'etichetta di ogni nodo nel sottoalbero destro di N è maggiore di N.

e. 

Esercizio 5:

Dato L, denotiamo con L^R il linguaggio formato dalle inversioni di tutte le sue stringhe. Per esempio se L fosse {abb, baa, ab} allora L^R= {bba, aab, ba}.
Dimostrare che se L è un generico linguaggio regolare, allora anche L^R è un linguaggio regolare. Si proceda partendo da un automa per un generico linguaggio L e si dica come trasformarlo affinché accetti L^R .

Sia D un DFA che accetta L, allora il DFA che accetta L^R è lo stesso automa "specchiato", ovvero lo stato accettante n di D è lo stato iniziale (0) di D^R, lo stato n-1 di D è lo stato 1 di D^R, e così via, fino ad arrivare allo stato iniziale di D che sarà lo stato accettante di D^R.