Dielettrici

Definizione

Qualsiasi sostanza non conduttrice che, immersa in un campo elettrico esterno, dà luogo a fenomeni di polarizzazione più o meno intensi, che producono una variazione del campo elettrico totale. Le cariche non sono libere di muoversi ma di polarizzarsi.

Costante di polarizzabilità

$$\boldsymbol{p} \approx \alpha\epsilon_0 \boldsymbol{E}_{\text{tot}}$$

$$\epsilon = \epsilon_0(1 + n\alpha)$$

Dielettrico con geometria semplice

σfree — Mandiamo attraverso il filo -> "controlliamo"

σpol — Non la "controlliamo"

$\sigma_{\text{pol}} = \mp np$ opposta a σ_{free}

Il campo elettrico totale è prodotto da $\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{\text{free}} + \sigma_{\text{pol}}$. Vogliamo scriverlo come se fosse prodotto dalla sola carica libera, definendo una costante artificiale ϵ

$$E_{\text{tot}} = \frac{\sigma_{\text{tot}}}{\epsilon_0} \equiv \frac{\sigma_{\text{free}}}{\epsilon}.$$

Essa vale quindi:

$$\epsilon \equiv \epsilon_0 \frac{\sigma_{\text{free}}}{\sigma_{\text{tot}}} = \epsilon_0 \frac{\sigma_{\text{tot}} - \sigma_{\text{pol}}}{\sigma_{\text{tot}}} = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\sigma_{\text{pol}}}{\sigma_{\text{tot}}}\right) = \epsilon_0(1 + n\alpha)$$

avendo usato $\sigma_{\text{tot}} = \epsilon_0 E_{\text{tot}}$ e $\sigma_{\text{pol}} = -np = -n\alpha\epsilon_0 E_{\text{tot}}$ di segno opposto a σ_{tot}.

Allungamento e allineamento

Due possibili effetti:

$$\alpha = \alpha_{\text{allineamento}} + \alpha_{\text{allungamento}}.$$

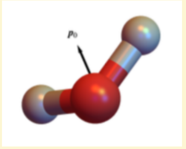
Materiali non polari

Il dipolo molecolare $\mathbf{p}$ nasce perché ciascuna molecola viene 'stiracchiata' dal campo elettrico $\mathbf{E}$. Questo effetto può essere calcolato in meccanica quantistica e stimato in meccanica classica: $\alpha \approx a^3$ dove a è la dimensione della molecola

Materiali polari

C'è un effetto di 'allineamento', come succede ad esempio con l'acqua

- L'energia $U = -\boldsymbol{p}_0 \cdot \boldsymbol{E}_{\text{ext}}$ cerca di allineare $\boldsymbol{p}_0$ ad $\boldsymbol{E}_{\text{ext}}$.
- L'agitazione termica cerca di orientare $\boldsymbol{p}_0$ a caso.



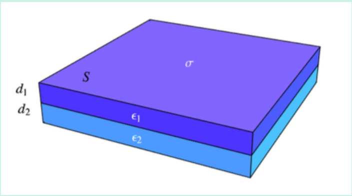
si ha ancora $\alpha \approx a^3$

Capacità con dielettrico

Ha interesse definire la capacità di un condensatore contente materiale dielettrico come $C \equiv Q/V$ dove $Q = Q_{\text{free}}$ è la carica libera, in quanto è quella che vede chi approssima il condensatore come una scatola nera con due fili. Per una capacità piana si ha quindi $\boxed{C = \epsilon S/d}$: la capacità C aumenta in un dielettrico perché E diminuisce. A potenziale V fissato aumenta quindi anche l'energia $U = CV^2/2 = \int dV \epsilon E^2/2$.

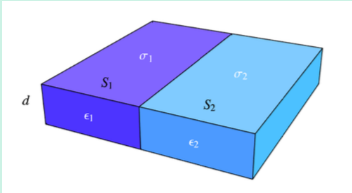
Notare che nel limite $\epsilon \to \infty$ un dielettrico ha $E \to 0$: si comporta come un conduttore.

A volte approssimare un sistema fisico come un circuito consente di risolvere problemi non ovvi. Ad esempio un condensatore riempito con due materiali di costante dielettrica ε_1 ed ε_2 e geometrie



può essere visto come capacità in serie

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d_1}{\epsilon_1 S} + \frac{d_2}{\epsilon_1 S}$$



può essere visto come capacità in parallelo

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\epsilon_1 S_1}{d} + \frac{\epsilon_2 S_2}{d}.$$

In casi più complicati non è possibile approssimare, ed occorre un trattamento generale

Energia di un dielettrico

$$u = \frac{\epsilon}{2}E^2 = \frac{1}{2}\boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{E} > u_0.$$

Dielettrici uniformi

In molti casi pratici si hanno due o più materiali, ed ε è costante entro ciascun materiale.
Questi problemi possono essere approcciati in questo modo:
① risolvendo separatamente in ciascun materiale (in cui la soluzione è come nel vuoto, con ε_0 rimpiazzato dall'ε del materiale);
② poi raccordando le soluzioni sul bordo fra i materiali.

CONDIZIONI AL BORDO

$$\Delta E_{\parallel} = 0, \qquad \Delta D_{\perp} = \sigma_{\text{free}}$$

Trattamento generale

Definiamo il campo vettoriale densità di polarizzazione $\mathbf{P(r)}$≡n$\mathbf{(r)p(r)}$

σpol=$\mathbf{P}$·n

ρpol=-$\mathbf{\nabla}$·$\mathbf{P}$ (≠0 quando $\mathbf{P}$≠cte)

Corrente: $\mathbf{J}$pol=∂$\mathbf{P}$/∂t se $\mathbf{P}$ dipende dal tempo

EQUAZIONI GENERALI

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \left[\boldsymbol{E} + \frac{\boldsymbol{P}}{\epsilon_0}\right] = \frac{\rho_{\text{free}}}{\epsilon_0}.$$

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot [\boldsymbol{E}(1 + \chi)] = \frac{\rho_{\text{free}}}{\epsilon_0}.$$

χ = nα 'suscettività elettrica', adimensionale e di ordine uno per solidi e liquidi

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{D} = \rho_{\text{free}}$$

Definendo $\mathbf{D}$≡$\varepsilon_0\mathbf{E}$+$\mathbf{P}$ ≡ε$\mathbf{E}$, ε=ε_0(1+χ) si ha un sistema di equazioni per due campi $\mathbf{E}$,$\mathbf{D}$, più complicato dell'elettrostatica nel vuoto.