

Liceo Scientifico “A. Vallisneri”  
Programma svolto di Matematica  
Classe 4B, Liceo Scientifico - A.S. 2024-2025

Prof. Alessio Del Vigna

### Goniometria

- (i) Definizione di angolo e di radiante. Angoli orientati e angoli maggiori di un angolo giro.
- (ii) Definizione di seno e coseno. Proprietà di limitatezza e periodicità (con dimostrazione). Relazione fondamentale della goniometria (con dimostrazione). Definizione di tangente e cotangente e loro periodicità (con dimostrazione). Seconda relazione fondamentale della goniometria (con dimostrazione). Valori di seno, coseno e tangente degli angoli notevoli.
- (iii) Angoli associati.
- (iv) Funzioni seno, coseno e tangente: proprietà di limitatezza, periodicità e simmetria; grafico.
- (v) Funzioni goniometriche inverse: definizione delle funzioni arcoseno, arcocoseno e arcotangente, loro proprietà e loro grafico. Invertibilità delle funzioni goniometriche in intervalli diversi da quelli canonici.
- (vi) Formule di addizione e sottrazione del seno e del coseno (con dimostrazione). Formule di duplicazione del seno e del coseno (con dimostrazione). Formule di bisezione di seno, coseno e tangente (con dimostrazione). Formule parametriche (con dimostrazione).
- (vii) Grafici di funzioni goniometriche: trasformazioni di grafici di funzioni goniometriche con dilatazioni e/o traslazioni; metodo dell'angolo aggiunto per trasformare una funzione lineare in seno e coseno in una funzione delle forma  $f(x) = A \sin(kx + \varphi) + b$ ; utilizzo delle formule di duplicazione per trasformare una funzione di secondo grado in seno e coseno in una funzione lineare in seno e coseno.
- (viii) Equazioni goniometriche: equazioni elementari e ad esse riconducibili; equazioni lineari in seno e coseno omogenee e non omogenee con metodo grafico, metodo algebrico e metodo dell'angolo aggiunto; equazioni omogenee di secondo grado in seno e coseno e, per le non omogenee, il caso con il termine noto.

- (ix) Disequazioni goniometriche: disequazioni elementari e ad esse riconducibili; disequazioni lineari in seno e coseno; disequazioni omogenee di secondo grado in seno e coseno; disequazioni prodotto e fratte.

## Trigonometria

- (i) Teorema sui triangoli rettangoli (con dimostrazione). Teorema sul calcolo dell'area di un triangolo (con dimostrazione). Teorema della corda (con dimostrazione).
- (ii) Teoremi sui triangoli qualsiasi: teorema dei seni (con dimostrazione) e teorema del coseno (con dimostrazione).
- (iii) Problemi di trigonometria: problemi diretti; problemi che si risolvono impostando un'equazione o una disequazione; problemi di massimo e minimo.

## Numeri complessi

- (i) Introduzione storica: dalla nascita dei numeri immaginari alla formalizzazione dei numeri complessi.
- (ii) Costruzione formale dell'insieme dei numeri complessi  $\mathbb{C}$  come estensione di  $\mathbb{R}$ : definizione di numero complesso come scrittura simbolica  $a + ib$  con  $a \in \mathbb{R}$  (parte reale) e  $b \in \mathbb{R}$  (parte immaginaria); definizione di somma e di prodotto in  $\mathbb{C}$ ; l'insieme  $\mathbb{C}$  con le operazioni di somma e prodotto definite è un campo (con dimostrazione).
- (iii) Verifica del fatto che  $i^2 = -1$ . Approccio pratico al calcolo di espressioni in  $\mathbb{C}$ : calcolo di somme, prodotti e inversi moltiplicativi. Potenze di  $i$ .
- (iv) Modulo e coniugato di un numero complesso e loro proprietà (con dimostrazione): se  $z \in \mathbb{C}$  allora  $|z|$  è un numero reale non negativo, ed in particolare è nullo se e solo se  $z = 0$ ; se  $z \in \mathbb{C}$  allora  $z + \bar{z} = 2 \operatorname{Re}(z)$  e  $z \cdot \bar{z} = |z|^2$ .