

Nome e cognome: \_\_\_\_\_

Classe: \_\_\_\_\_

Liceo Scientifico "A. Vallisneri"  
Prova scritta di matematica

**Esercizio 1 (10 punti).** Rappresentare i seguenti insiemi nel modo indicato.

- (a)  $A = \{-10, -9, -8, \dots, 8, 9, 10\}$  per proprietà caratteristica.
- (b)  $B = \{n \in \mathbb{N} : n = 3\ell - 1, \ell \in \mathbb{N}, 1 \leq \ell \leq 3\}$  per elencazione.
- (c)  $C = \{10, 12, 14, 16, 18\}$  per proprietà caratteristica.
- (d)  $D = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ divide } 16\}$  per elencazione.
- (e)  $E = \{2, 7, 12, 17, 22, 27, 32, \dots\}$  per proprietà caratteristica.

**Esercizio 2 (10 punti).** Enunciare la definizione di intersezione e unione di due insiemi. Dati gli insiemi

$$A = \{n \in \mathbb{N} : 1 \leq n \leq 5\} \quad \text{e} \quad B = \{2, 4, 6\},$$

determinare  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ , e il complementare di  $A$  dentro  $\mathbb{N}$ .

**Esercizio 3 (8 punti).** Si considerino gli insiemi  $A = \{1, 3\}$  e  $B = \{6, 8, 10, 12\}$ .

- (a) Senza determinare  $A \times B$ , calcolare la cardinalità di  $A \times B$  e di  $A \times A$ .
- (b) Scrivere per elencazione  $A \times B$  e  $A \times A$ .
- (c) Scrivere il sottoinsieme di  $A \times B$  delle coppie  $(a, b)$  per cui  $a$  è un divisore di  $b$ . Si tratta di un sottoinsieme proprio di  $A \times B$ ?

**Esercizio 4 (10 punti).** In una classe di 30 ragazzi si sa che 6 hanno pc, scooter e cellulare, i 10 che hanno lo scooter hanno almeno pc o cellulare, 8 hanno sia il pc che lo scooter, dei 20 che hanno il cellulare 14 hanno anche il pc, 3 non possiedono nessuno di questi. Quanti ragazzi possiedono lo scooter e il cellulare, ma non il pc? Quanti possiedono almeno due dei tre oggetti?

**Esercizio 5 (7 punti).** Dimostrare che  $\overline{(\overline{A \cap B}) \cup C} = (A \cup B) \setminus C$  sia con i diagrammi di Venn, sia applicando le proprietà delle operazioni insiemistiche.

**Esercizio 6 (9 punti).** Enunciare la definizione di congiunzione logica. Si consideri poi la formula  $p \wedge (\overline{q} \vee p)$ .

- (a) Costruire la tavola di verità della formula.
- (b) Usando solo le proprietà dei connettivi, dimostrare che la precedente formula è una contraddizione.

**Esercizio 7 (6 punti).** Dire se le seguenti deduzioni sono logicamente corrette e, se sì, su quale schema di ragionamento si basano.

- (a) Se le rette  $r$  e  $s$  sono perpendicolari a  $t$  allora  $r$  e  $s$  sono parallele. Ma  $r$  e  $s$  hanno un punto in comune e dunque non sono entrambe perpendicolari a  $t$ .
- (b) Un numero primo  $> 2$  è sempre dispari. Poiché 11 è dispari allora è un numero primo.
- (c) In un rombo le diagonali sono perpendicolari. Il quadrilatero  $ABCD$  è un rombo, dunque  $ABCD$  ha le diagonali perpendicolari.

**Esercizio 8 (10 punti).** Per i punti (a) e (b): si riformuli in linguaggio comune la proposizione scritta in simboli. Per il punto (c): si scriva in simboli la proposizione scritta in linguaggio comune. Dopodiché, per tutte le proposizioni, si dica se sono vere o false, giustificando opportunamente la risposta.

- (a)  $\exists n \in \mathbb{N} : n^2 = 2$
- (b)  $\forall n \in \mathbb{Z} n - 1 \in \mathbb{Z}$
- (c) Esiste un numero intero il cui cubo è  $-1$
- (d)  $\exists x \in \mathbb{Z} : \forall y \in \mathbb{Z} xy = y$

**Esercizio 9 (5 punti).** Scrivere in linguaggio comune la negazione delle seguenti proposizioni.

- (a) Tutti i ragazzi sotto i 20 anni praticano uno sport.
- (b) Ci sono italiani che non amano la musica di Verdi.

**Esercizio 10 (5 punti).** Data la frase “avere il green pass è condizione necessaria per poter accedere in palestra”, riformularla come implicazione nella forma “se... allora...”.

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Es. 6	Es. 7	Es. 8	Es. 9	Es. 10

Voto: \_\_\_\_\_