

# Indice per il corso di recupero

Alessio Del Vigna

## 1 Insiemistica

- (1) Definizione informale di insieme e introduzione del simbolo di appartenenza di un elemento ad un insieme ( $\in$ ). Insieme vuoto.
- (2) Presentazione di un insieme: diagrammi di Eulero-Venn, presentazione per elencazione, presentazione per proprietà caratteristica.
- (3) Definizione di sottoinsieme e simbolo di inclusione ( $\subset$ ). Insieme delle parti di un insieme.
- (4) Operazioni tra insiemi: unione, intersezione, differenza, complementare e prodotto cartesiano. Rappresentazione grafica (diagrammi di Eulero-Venn) delle operazioni introdotte e di espressioni.
- (5) Principali proprietà delle operazioni mediante metodo grafico.
- (6) Semplici problemi risolvibili mediante l'utilizzo degli insiemi.

## 2 Calcolo combinatorio

- (1) Introduzione e legge fondamentale del calcolo combinatorio.
- (2) Definizione di fattoriale di un numero naturale. Permutazioni di  $n$  oggetti ( $P_n$ ).
- (3) Disposizioni semplici ( $D_{n,k}$ ) e combinazioni semplici ( $C_{n,k}$ ) a partire dalle disposizioni.
- (4) Caso con ripetizione (cenni): permutazioni con ripetizione ( $P_n^*$ ) e anagrammi, disposizioni con ripetizione ( $D_{n,k}^*$ ).

## 3 Insiemi numerici

- (1) I numeri naturali ( $\mathbb{N}$ ) e le sue due operazioni (addizione e moltiplicazione). Definizione di chiusura di un'operazione su un insieme.
- (2) I numeri interi ( $\mathbb{Z}$ ) e la chiusura della sottrazione.
- (3) I numeri razionali ( $\mathbb{Q}$ ) e la chiusura della divisione.
- (4) I numeri decimali: decimali limitati e decimali illimitati. Caso particolare di decimali illimitati: i numeri periodici.
- (5) L'insieme di tutti i possibili numeri decimali e la sua relazione con  $\mathbb{Q}$ . Teorema: un numero razionale corrisponde ad un numero decimale limitato o illimitato e periodico. Insieme dei numeri irrazionali con esempi. Dimostrazione che  $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ .
- (6) Insieme dei numeri reali ( $\mathbb{R}$ ) e sua bigezione con i punti di una retta. Rappresentazione di  $\sqrt{2}$  sulla retta.

## 4 Aritmetica

- (1) Proprietà delle potenze.
- (2) Definizione di multiplo e divisore in  $\mathbb{N}$ . Massimo comune divisore (MCD) e minimo comune multiplo (mcm) tra numeri naturali.
- (3) Definizione di numero primo. Scomposizione di un numero in fattori primi e teorema fondamentale dell'aritmetica.
- (4) Infinità dei numeri primi (teorema di Euclide, con dimostrazione). Qualche curiosità sui numeri primi e sui problemi aperti (primi gemelli, congettura di Goldbach).

## 5 Calcolo letterale I

- (1) Definizione di monomio, definizione di coefficiente e parte letterale. Grado di un monomio (rispetto ad una lettera e complessivo). Operazioni con i monomi. MCD e mcm tra monomi.
- (2) Definizione di polinomio e grado di un polinomio. Operazioni tra polinomi. Prodotti notevoli.
- (3) Divisione tra polinomi. Teorema del resto e regola di Ruffini. Utilizzo della regola di Ruffini per scomporre un polinomio.

## 6 Calcolo letterale II

- (1) Definizione di radicale  $\sqrt[n]{a}$  per  $n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$  e  $a \in \mathbb{R}$ . Caso con indice pari e con indice dispari. Proprietà invariante.
- (2) Trasporto di un fattore fuori dal segno di radice.

## 7 Equazioni e disequazioni

- (1) Equazioni di primo grado in una incognita. Equazioni fratte di primo grado.
- (2) Disequazioni di primo grado in una incognita.
- (3) Sistemi di equazioni di primo grado in due incognite.
- (4) Equazioni di secondo grado in una incognita. Relazione tra coefficienti di un'equazione e somma e prodotto delle sue soluzioni.
- (5) Equazioni di grado superiore (biquadratiche). Teorema fondamentale dell'algebra per equazioni e sua estensione ai sistemi.
- (6) Disequazioni risolubili per scomposizione, disequazioni fratte.

## 8 Esponenziali e logaritmi

- (1) Definizione di funzione esponenziale, proprietà elementari e grafici cartesiani. Equazioni e disequazioni esponenziali.
- (2) Definizione di logaritmo come funzione inversa della funzione esponenziale, proprietà dei logaritmi. Equazioni e disequazioni logaritmiche.

## 9 Geometria analitica I

- (1) Definizione di funzione e definizioni collegate (dominio, codominio, immagine di un elemento, immagine di una funzione, controimmagine di un elemento).
- (2) Funzioni reali di variabile reale: espressione analitica, grafico cartesiano come luogo dei punti le cui coordinate soddisfano l'espressione analitica.
- (3) Il piano cartesiano: corrispondenza bigettiva con  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ , distanza fra punti, punto medio di un segmento.
- (4) Rette sul piano cartesiano, forma esplicita (coefficiente angolare e ordinata all'origine), forma implicita, rette notevoli. Fascio di rette per un punto, coefficiente angolare della retta passante per due punti e equazione della retta per due punti. Condizioni di parallelismo e perpendicolarità. Distanza tra un punto e una retta. Intersezione fra due rette.

## 10 Geometria analitica II

- (1) Circonferenza come luogo geometrico. Circonferenza sul piano cartesiano: equazione della circonferenza centrata nell'origine e con centro qualsiasi. Relazione tra elementi notevoli e coefficienti dell'equazione.
- (2) Parabola come luogo geometrico. Parabola sul piano cartesiano: equazione della parabola con asse varticale. Relazione tra elementi notevoli e coefficienti dell'equazione.
- (3) Posizioni reciproche di due coniche. Casi degeneri.

## 11 Goniometria e trigonometria

- (1) Definizione di radiante. La circonferenza goniometrica e la definizione delle funzioni seno, coseno e tangente.
- (2) Principali proprietà delle funzioni goniometriche (limitatezza, periodicità), relazioni tra le funzioni trigonometriche e tabella dei valori notevoli. Angoli associati.
- (3) Formule di addizione, sottrazione, duplicazione, bisezione.
- (4) Equazioni trigonometriche elementari e riconducibili a equazioni di secondo grado.

## 12 Geometria euclidea

- (1) Figure piane e loro proprietà elementari: triangoli, quadrilateri, circonferenza e cerchio. Triangoli rettangoli: teorema di Pitagora e teoremi di Euclide.
- (2) Geometria nello spazio: piani e rette nello spazio e loro posizioni reciproche. Poliedri, relazione di Eulero, poliedri regolari.
- (3) Solidi e formule relative alla superficie laterale/totale e al volume.